MINISTÉRIO DA DEFESA EXÉRCITO BRASILEIRO DECEX – DEPA COLÉGIO MILITAR DE CURITIBA	CURITIBA-PR, 22 de setembro de 2019. PROCESSO SELETIVO AO CMC 2019/2020 EXAME INTELECTUAL DE MATEMÁTICA

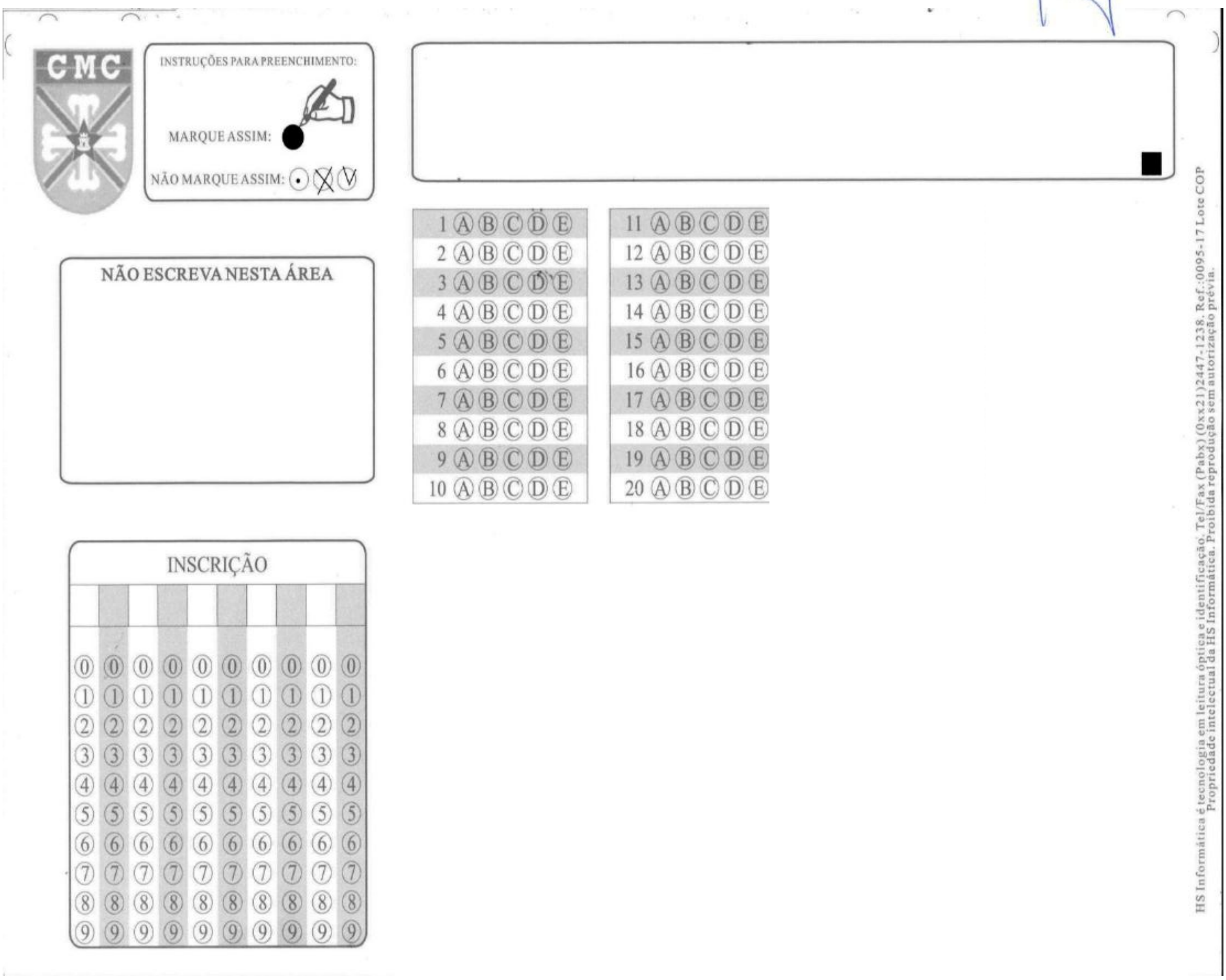
Nº de inscrição	Nome do candidato

ORIENTAÇÕES AO CANDIDATO

1. Esta prova tem duração de 180 (cento e oitenta) minutos, incluído o tempo para preenchimento do cartão-resposta.
2. O caderno de prova é composto de uma capa e 21 (vinte e uma) páginas numeradas contendo 20 (vinte) questões de múltipla escolha.
3. Identifique a capa do seu caderno de prova com seu número de inscrição e nome completo, de maneira legível, nos locais a isso destinados.
4. Confira o caderno de prova. Caso constate qualquer irregularidade (falha na impressão ou falta de página), levante o braço.
5. Na página 1 (um) do caderno de prova, encontra-se um rascunho para o preenchimento das respostas da prova. Se desejar, utilize-o para facilitar o seu trabalho de preenchimento do cartão-resposta que será recolhido pelo fiscal.
6. Os espaços em branco da prova podem ser usados para a resolução das questões.
7. Nenhuma página do caderno de prova poderá ser destacada.
8. Preencha os espaços do cartão-resposta com o número de inscrição, data e assinatura. Preencha completamente o círculo correspondente à resposta certa, sem ultrapassar os limites. Você deverá utilizar somente os espaços numerados de 1 a 20, que correspondem às questões da prova. Desconsidere e não utilize os espaços numerados de 21 a 30.
9. O preenchimento do cartão-resposta deverá ser feito dentro do tempo limite da prova.
10. Somente serão consideradas as respostas marcadas no cartão-resposta com caneta esferográfica azul ou preta.
11. Não faça rasuras no cartão-resposta, nem marque mais de uma resposta para cada questão. Isso anulará a questão.
12. É obrigatório o preenchimento do cartão-resposta.
13. Após o preenchimento do cartão-resposta, levante o braço, permaneça em silêncio e aguarde a chegada do fiscal.
14. Você somente poderá sair do local de aplicação da prova depois de transcorridos 45 (quarenta e cinco) minutos.
15. Você poderá sair com o caderno de prova em mãos caso permaneça em sala até o tempo máximo de realização da prova (até às 12h00min). Se concluir antes do tempo previsto, deverá apanhar o caderno em data e local previsto no Manual do Candidato.
16. **Todas as figuras que aparecem na prova são meramente ilustrativas e fora de escala**.
17. Os últimos três candidatos em sala deverão sair juntos, após todos concluírem a prova.

RASCUNHO DO CARTÃO-RESPOSTA

-


CMC

INSTRUÇÕES PARA PREENCHIMENTO:

MARQUE ASSIM:

NÃO MARQUE ASSIM:

NÃO ESCREVA NESTA ÁREA

1	A	B	C	D	E
2	A	B	C	D	E
3	A	B	C	D	E
4	A	B	C	D	E
5	A	B	C	D	E
6	A	B	C	D	E
7	A	B	C	D	E
8	A	B	C	D	E
9	A	B	C	D	E
10	A	B	C	D	E
11	A	B	C	D	E
12	A	B	C	D	E
13	A	B	C	D	E
14	A	B	C	D	E
15	A	B	C	D	E
16	A	B	C	D	E
17	A	B	C	D	E
18	A	B	C	D	E
19	A	B	C	D	E
20	A	B	C	D	E

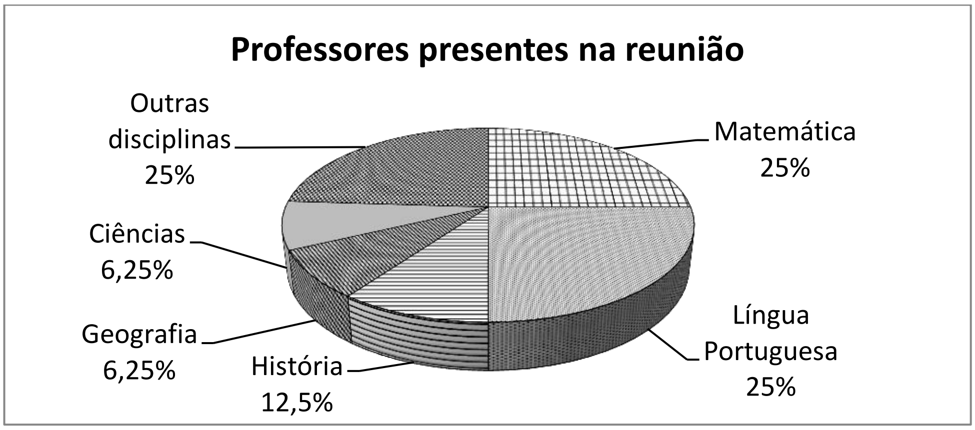
INSCRIÇÃO

ATENÇÃO! NÃO ESQUEÇA:
APÓS O PREENCHIMENTO, TRANSCREVA AS RESPOSTAS DESTE RASCUNHO PARA O CARTÃO-RESPOSTA.

1. Em uma reunião de um determinado colégio, havia 320 pessoas de diferentes segmentos: alunos, pais de alunos, professores e outros funcionários do colégio que não são professores.

Os percentuais desses quantitativos estão representados no gráfico abaixo:

Com base no total de professores presentes na reunião, foi elaborado o seguinte gráfico:



Sobre as informações apresentadas nos gráficos acima, em que todos os conjuntos são disjuntos (interseção vazia), é correto afirmar, por exemplo, que das pessoas presentes na reunião, 20% são professores e, desse percentual, 25% são professores de Matemática.

Com base nos dados apresentados, considere as afirmações a seguir:

I – A minoria dos professores presentes na reunião, com certeza, era das disciplinas de Ciências e de Geografia.

II – A quantidade de professores de Matemática que estava presente na reunião correspondia à metade da quantidade de alunos presentes.

III – A quantidade de pais e de alunos presentes, somada, era maior que o triplo de professores presentes na reunião.

IV – Havia somente 12 professores de Matemática na reunião.

V – Havia somente 8 professores de História na reunião.

Das afirmações apresentadas, podemos considerar que:

(A) somente a I é falsa.

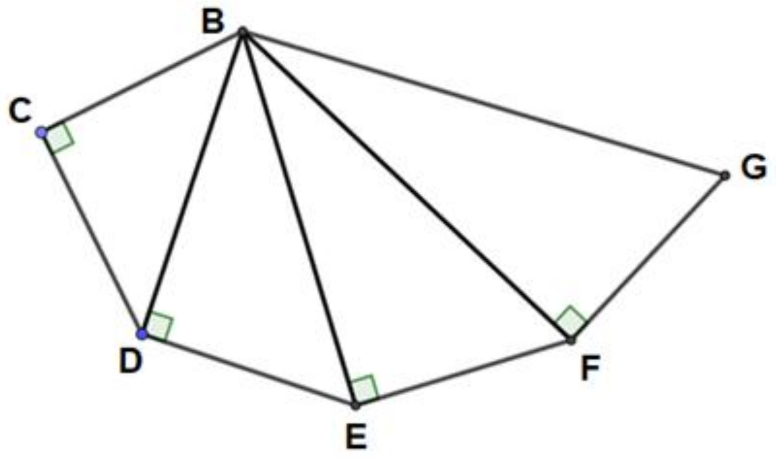
(B) I e II são verdadeiras.

(C) somente a II é falsa.

(D) II, III e V são verdadeiras.

(E) II, IV e V são verdadeiras.

2. Na figura a seguir, os triângulos BCD, BDE, BEF e BFG são retângulos em C, D, E e F, respectivamente. Sabendo que $\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FG} = a$, determine a medida de $\overline{BG}$:



Observação: figura ilustrativa e fora de escala.

(A) $a\sqrt{5}$

(B) $5a^2$

(C) $a\sqrt{7}$

(D) $a\sqrt{6}$

(E) $7a^2$

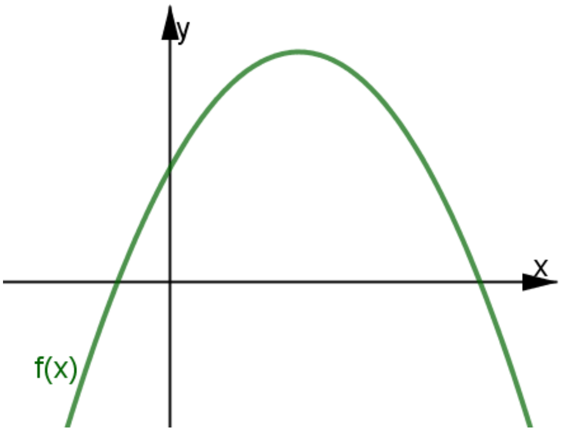
3. A Ponte Juscelino Kubitschek, em Brasília, também conhecida como Ponte JK, utiliza três arcos parabólicos em sua sustentação. A ponte tem 1200 metros de comprimento e foi concluída em 2002, após dois anos de construção. Ela liga o Lago Sul, Paranoá e São Sebastião à parte central de Brasília.

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Ponte_Juscelino_Kubitschek. Acesso em: 27 jul. 2019.

Observação: figura ilustrativa e fora de escala.

Os arcos parabólicos, além de relacionados à engenharia civil, também fazem parte dos conhecimentos matemáticos ligados às funções do 2º grau, em especial, para suas representações gráficas por meio das parábolas. No Ensino Fundamental, aprendemos sobre as características desse tipo de função. O esboço a seguir representa o gráfico de uma função do 2º grau definida pela lei de formação $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$ e $x \in \mathbb{R}$.

Com base nessas informações e no esboço, podemos afirmar que:



Observação: figura ilustrativa e fora de escala.

(A) $a > 0 ; b > 0 ; c > 0 \; e \; \Delta > 0$

(B) $a < 0 ; b > 0 ; c > 0 \; e \; \Delta > 0$

(C) $a > 0 ; b < 0 ; c > 0 \; e \; \Delta > 0$

(D) $a < 0 ; b < 0 ; c > 0 \; e \; \Delta > 0$

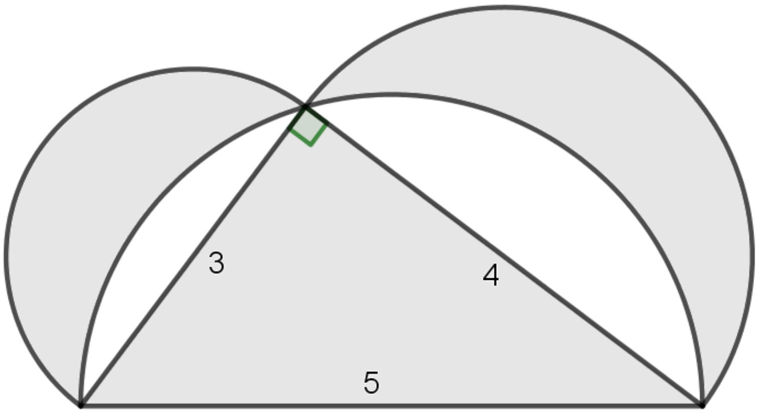
(E) $a < 0 ; b > 0 ; c < 0 \; e \; \Delta > 0$

4. Hipócrates de Qhios viveu em torno de 430 a.C. e foi um geômetra que ficou conhecido por encontrar uma relação entre um triângulo retângulo e duas lúnulas formadas em seus catetos. Entende-se por lúnula, a figura geométrica limitada por dois arcos circulares de raios distintos.

A figura a seguir representa o problema clássico da Matemática chamado “Lúnulas de Hipócrates”, em que há um triângulo retângulo a partir do qual são formadas três semicircunferências que têm seus lados como diâmetros.

Com bases nas informações contidas na figura, determine a soma dos valores das três áreas sombreadas na imagem.

Lembre-se de que a área do círculo pode ser determinada utilizando-se a fórmula $A_c = \pi \cdot r^2$, *em que* r *é a medida do raio do círculo e a área do triângulo é dada por* $A_T = \frac{b \cdot h}{2}$, *em que* b *é a medida da base e* h *a medida da altura do triângulo.*



Observação: figura ilustrativa e fora de escala.

(A) 14

(B) $\frac{25\pi}{4} + 6$

(C) 12

(D) $\frac{25\pi}{8}$

(E) 10

5. Qual das alternativas abaixo representa a redução da expressão a seguir a um único radical?

$$\frac{(\sqrt{98}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{72}+\sqrt{8})^3}$$

(A) $\frac{\sqrt{10}}{8}$

(B) $\frac{\sqrt{5}}{160}$

(C) $\frac{\sqrt{2}}{16}$

(D) $\sqrt{2}$

(E) $\sqrt{\frac{5}{3}}$

6. Qual é o resultado da expressão numérica a seguir?

$$\left(\frac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\frac{1}{2}}}+\dfrac{1+\dfrac{1}{1+\frac{1}{2}}}{2}}\right)^{-1}$$

(A) $\frac{73}{30}$

(B) $\frac{7}{2}$

(C) $\frac{30}{73}$

(D) $\frac{2}{7}$

(E) $\frac{21}{10}$

7. Sejam h e g funções do 1º grau de modo que: $h(0) = 0$; $g(7) = 0$ e $g(5) = h(5)$.

Determine o conjunto solução da inequação $h(x) \cdot g(x) \geq 0$:

(A) $[0,7] - \{5\}$

(B) $[0,7]$

(C) $]-\infty, 0] \cup [7, +\infty[$

(D) $[0,5] \cup [7, +\infty[$

(E) $]-\infty, 0] \cup [5, +\infty[$

8. Sejam a e b dois números reais. Considere a operação "quadradinho" ($\blacksquare$) definida por:

$$a \blacksquare b = a^b + a \cdot b + a + b$$

Determine o valor mínimo que a operação $x \blacksquare 2$ assume no conjunto dos números reais.

(A) 2

(B) $\frac{1}{4}$

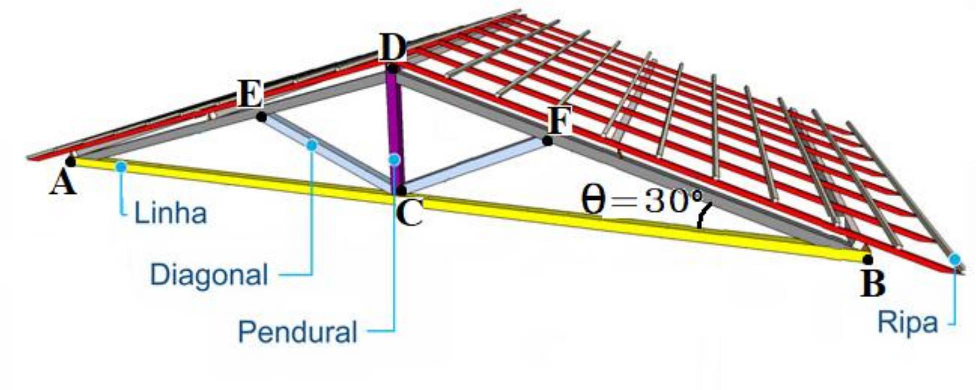
(C) 0

(D) $-\frac{1}{4}$

(E) – 2

9. O principal elemento estrutural de um telhado de madeira denomina-se “tesoura”. Sua função é dar apoio às ripas de madeira que sustentam as telhas. Para cada tipo de telha, existe uma inclinação específica que pode ser medida em porcentagem ou em graus.

Na imagem a seguir, apresentamos um exemplo de uma tesoura utilizada no telhado de uma casa.



Tesoura e alguns de seus elementos

Fonte: adaptado de <https://pedreirao.com.br/>. Acesso em: 28 jul. 2019.

Observação: figura ilustrativa e fora de escala.

Considere que um pedreiro construirá uma tesoura como no esquema acima. A inclinação (ϴ) do telhado deve ser de 30º e o vão livre deve utilizar uma linha (representada por $\overline{AB}$) de $4\sqrt{3}$ metros (aproximadamente 7 m) de comprimento. O pendural (representado por $\overline{CD}$) deve formar um ângulo de 90º com a linha e ficar posicionado em um ponto que esteja à mesma distância de A e de B.

Considerando que as diagonais (representadas por $\overline{CE}$ e $\overline{CF}$) têm a mesma medida do pendural, qual a menor quantidade aproximada de madeira, em metros, necessária para fazer essa tesoura?

(A) 27 m
(B) 25 m
(C) 23 m
(D) 21 m
(E) 30 m

10. Qual é o resultado da expressão numérica a seguir?

$$\sqrt{\frac{1}{4}\cdot\sqrt{\left[\left(\frac{5}{6}\right)^{-1}\div\frac{2}{3}\right]\cdot\sqrt[3]{\frac{4}{500}}}}$$

(A) $\frac{\sqrt{15}}{10}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{10}$

(C) $\frac{3}{2}$

(D) $\frac{2}{3}$

(E) $\frac{1}{2}$

11. Um triângulo retângulo possui catetos de medidas a e b e hipotenusa medindo x. Sabendo que $a + b = 20$, determine o valor de $a \cdot b$:

(A) 400

(B) $400 - x^2$

(C) $400 - \frac{x^2}{2}$

(D) $200 - x^2$

(E) $200 - \frac{x^2}{2}$

12. Uma equipe de cinco atletas tem média de altura igual a 1,72 m. Se mais uma pessoa com 1,78 m entrar para a equipe, qual será a nova média de altura?

(A) 0,58 m
(B) 1,58 m
(C) 1,73 m
(D) 1,75 m
(E) 1,77 m

13. Determine os valores de m para que a equação abaixo possua duas raízes reais distintas.

$$mx^2 + mx - 4x + \frac{1}{2} = 0$$

(A) $m \in]2,8[$

(B) $m \in]8, +\infty[$

(C) $m \in]-\infty, 2[$

(D) $m \in]-\infty, 2[\cup]8, +\infty[$

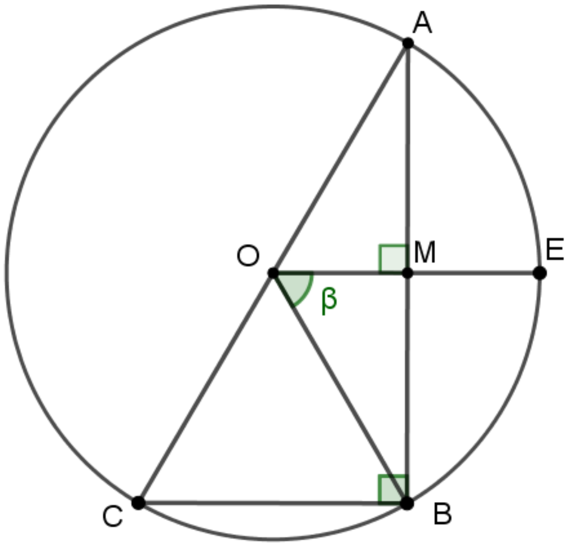
(E) $m \in \{2,8\}$

14. Hiparco de Niceia viveu no século II a.C. e é considerado um dos grandes astrônomos da Antiguidade. Na área da Matemática, teve grande destaque ao introduzir, na Grécia, a divisão da circunferência em 360º. Além disso, seus estudos sobre o cálculo do comprimento das cordas de uma circunferência deram origem à primeira tabela trigonométrica de que se tem conhecimento. Dentre as contribuições de Hiparco para a Matemática, está aquela que define a corda de uma circunferência como sendo qualquer segmento de reta que liga dois pontos da circunferência. Quando a corda contém o centro da circunferência, ela é chamada de corda máxima ou diâmetro da circunferência.

Considere na circunferência a seguir que:

- ✓ $\overline{\mathrm{AC}}$ é uma corda máxima;
- ✓ O é o centro da circunferência;
- ✓ $\overline{\mathrm{OE}} = 5$;
- ✓ O ângulo $\beta = 60°$.

Qual é a razão entre as medidas das cordas $\overline{\mathrm{BC}}$ e $\overline{\mathrm{AB}}$, respectivamente?



Observação: figura ilustrativa e fora de escala.

(A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(B) 1

(C) $\sqrt{3}$

(D) $\frac{1}{3}$

(E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

15. Sejam x, y e z três números reais positivos e distintos de zero. Classifique como verdadeira (V) ou falsa (F) as sentenças abaixo. Em seguida, assinale a alternativa que apresenta a sequência correta.

I - ( ) Se $x < y < z$, então $x + y < z + y$

II - ( ) Se $x < y < z$, então $-x < -z$

III - ( ) Se $x < y < z$, então $x \cdot y < z \cdot y$

IV - ( ) Se $x < y < z$, então $x^2 < z^2$

(A) F – F – V – V
(B) V – F – V – V
(C) V – V – V – V
(D) V – V – F – V
(E) V – F – V – F

16. O diretor de uma empresa estabeleceu que os cartões de visita da corporação tivessem o formato retangular, satisfazendo a seguinte condição: cada cartão deveria ter o comprimento 60% maior que a largura. Para fazer esses cartões, foi utilizada uma chapa de plástico PVC (*policloreto de vinila*) com área útil de $7018\ cm^2$. Com essa chapa foi possível fazer 145 cartões, sem que tivesse havido sobras, ou seja, toda a chapa foi utilizada.

Lembre-se que a área de um retângulo é dada por $A = b \cdot h$*, em que* b *é a medida da base do retângulo e* h *sua altura.*

Com base nessas informações, qual a largura e o comprimento desses cartões, respectivamente?

(A) $5\ cm$ e $9{,}68\ cm$

(B) $5{,}1\ cm$ e $8{,}16\ cm$

(C) $5{,}3\ cm$ e $8{,}48\ cm$

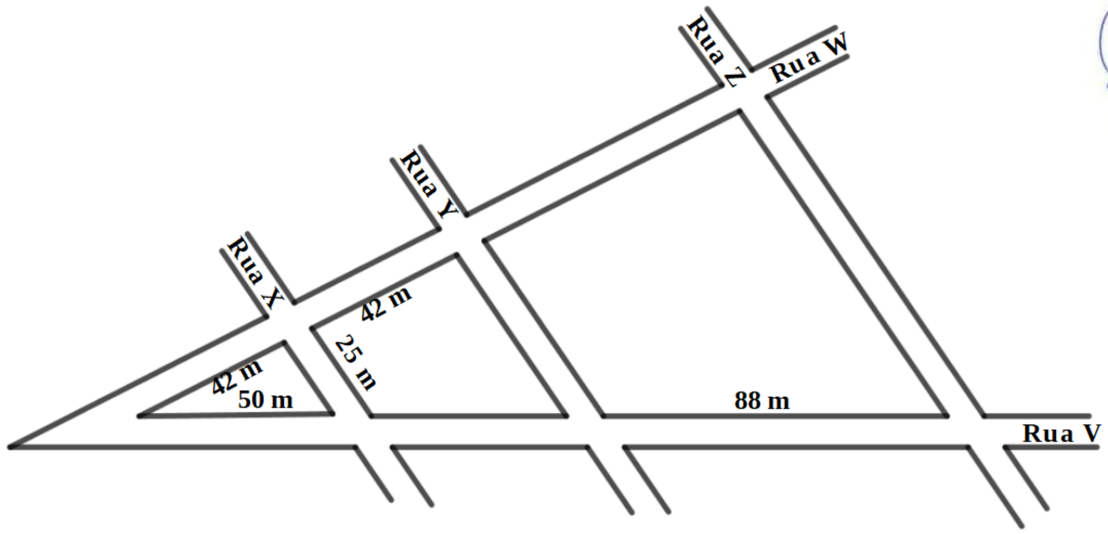
(D) $6{,}05\ cm$ e $8\ cm$

(E) $5{,}5\ cm$ e $8{,}8\ cm$

17. O esquema a seguir ilustra a planificação de um trecho urbano, onde aparecem os cruzamentos entre as vias. Sabe-se que as ruas X, Y e Z são paralelas. Algumas das distâncias, aproximadas, entre as ruas são exibidas na imagem.

Suponha que uma pessoa está no cruzamento entre as ruas Z e V e quer ir até o cruzamento entre as ruas Y e W. Para fazer isso ela tem dois caminhos: no primeiro deles a pessoa iria pela rua Z e viraria à esquerda na rua W até chegar ao ponto desejado. No segundo caminho a pessoa continuaria pela rua V e viraria à direita na rua Y até chegar a seu objetivo.

A diferença entre as distâncias percorridas no primeiro e no segundo caminhos pertence a qual dos intervalos a seguir?



Observação: figura ilustrativa e fora de escala.

(A) Entre 65 e 75 metros.

(B) Entre 85 e 95 metros.

(C) Entre 50 e 60 metros.

(D) Entre 25 e 35 metros.

(E) Entre 40 e 50 metros.

18. Determine a soma dos algarismos do número N:

$$N = 2^8 \cdot 3 \cdot 5^9 \cdot 7^2$$

(A) 15

(B) 16

(C) 17

(D) 19

(E) 24

19. Marin Mersenne (1588 – 1648) foi um monge francês que tinha muito interesse pela ciência. Nos dias atuais, ele é lembrado principalmente pelos números primos de Mersenne. Esses números podem ser escritos da forma $2^n - 1$, em que n é um número natural. O número 7, por exemplo, é um número primo de Mersenne, pois pode ser escrito como $2^3 - 1$. O número 11, apesar de ser primo, não é um primo de Mersenne, pois não há um número natural $p,$ tal que $2^p - 1 = 11$. Já o número 15, pode ser escrito como $2^4 - 1$, mas não é um número primo de Mersenne, por não ser primo.

Atualmente, há apenas 51 números primos de Mersenne descobertos, sendo que o último corresponde a $n = 82.589.933$ e tem 24.862.048 algarismos. Essa última descoberta ocorreu em 7 de dezembro de 2018, por Patrick Laroche, profissional de TI (Tecnologia da Informação) que trabalha na Flórida, Estados Unidos.

Com base nas informações anteriores, quantos números primos de Mersenne existem entre 1 e 10.000?

(A) 11

(B) 10

(C) 8

(D) 6

(E) 5

20. Leia o fragmento de texto a seguir:

[...] E o príncipe Cluzir Schá narrou o seguinte:

- Um navio que voltava de Serendibe (nome antigo de Ceilão, atual Sri Lanka), trazendo grande quantidade de especiarias, foi atingido por violenta tempestade. A embarcação teria sido destruída pela fúria das ondas, se não fosse a bravura e o esforço de três marinheiros que, no meio da tormenta, manejaram as velas com extrema perícia. O comandante, querendo recompensar os valentes marujos, deu-lhes 241 catis (*Catil*, moeda; unidade de peso). As moedas foram colocadas em uma caixa, para que no dia seguinte, por ocasião do desembarque, o almoxarife as repartisse entre os três corajosos marinheiros. Aconteceu, porém, que durante a noite, um dos marinheiros acordou, lembrou-se das moedas e pensou: "Será melhor que eu tire a minha parte. Assim não terei ocasião de discutir ou brigar com os meus amigos". E, sem nada dizer aos companheiros, foi, pé ante pé, até onde se achava guardado o dinheiro. Dividiu-o em três partes iguais, mas notou que a divisão não era exata e que sobrava um catil. "Por causa dessa mísera moedinha é capaz de haver, amanhã, discussão e rixa. O melhor é jogá-la fora." E o marinheiro atirou a moeda ao mar, retirando-se, cauteloso. Levava a sua parte e deixava no mesmo lugar a que cabia aos companheiros. Horas depois, o segundo marinheiro teve a mesma ideia. Foi à arca em que se depositara o prêmio coletivo e dividiu-o em três partes iguais. Sobrava uma moeda. Ao marujo, para evitar futuras dúvidas, veio à lembrança atirá-la ao mar. E dali voltou levando consigo a parte a que se julgava com direito. O terceiro marinheiro, ignorando a antecipação dos colegas por completo, teve a mesma iniciativa. Levantou-se de madrugada e foi, pé ante pé, à caixa dos catis. Dividiu as moedas que lá encontrou em três partes iguais; a divisão não foi exata. Sobrou um catil. Não querendo complicar o caso, o marujo atirou ao mar a moedinha excedente, retirou a terça parte para si e voltou tranquilo para o seu leito. No dia seguinte, na ocasião do desembarque, o almoxarife do navio encontrou um punhado de catis na caixa. Soube que essas moedas pertenciam aos três marinheiros. Dividiu-as em três partes iguais, dando a cada um dos marujos uma dessas partes. Ainda dessa vez, a divisão não foi exata. Sobrava uma moeda, que o almoxarife guardou como paga do seu trabalho e de sua habilidade. É claro que nenhum dos marinheiros reclamou, pois cada um deles estava convencido de que já havia retirado da caixa a parte que lhe cabia do dinheiro.

Adaptado de: TAHAN, Malba. ***O homem que calculava****. 3ª ed. Rio de Janeiro: Record, 2017 – Problema 19: O problema dos marinheiros, pp. 141-145.*

Com base no texto, qual seria a diferença entre a quantidade de moedas do primeiro marujo para o terceiro marujo?

(A) 58

(B) 45

(C) 27

(D) 18

(E) 13